

Matematica III

Esempio di prova scritta

CdL in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni, A.A. 2021/2022

Esercizio 1. Determinare l'insieme di definizione X della funzione

$$f(x, y) = \sqrt[4]{1 - e^{x^2+y^2-1}} - \sin(\log_4(x^4 + y^4)).$$

Indicare (senza giustificare la risposta) $\overset{\circ}{X}$, ∂X , $D(X)$, \bar{X} . L'insieme X è convesso?

Esercizio 2. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^3}{x^4 + y^4}.$$

Detto L il valore del limite, stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{x^4 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ L & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è differenziabile.

Esercizio 3. Classificare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = e^{-x^2-2y} - e^{-2x^2-y}.$$

Esercizio 4. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D x \sin(\sqrt{x^2 + y^2}) \, dx dy$$

essendo D il semicerchio chiuso di centro l'origine e raggio unitario situato nel primo e quarto quadrante.

Stabilire poi la validità della disuguaglianza

$$\iint_D x e^x \sin(\sqrt{x^2 + y^2}) \, dx dy \geq 2(2 \sin(1) + \cos(1) - 2).$$